INSTYTUT MATEMATYKI
Uniwersytetu Pedagogicznego im. KEN w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków tel.126626273-74, fax. 126372243

Wymagania do egzaminu dyplomowego dla studentów studiów II stopnia, obowiązujące dla cyklu studiów rozpoczętych w roku akademickim 2015/2016, zatwierdzone przez Radę Instytutu Matematyki dnia 29 września 2016 r.

Na egzaminie dyplomowym student powinien wykazać się znajomością i dobrym rozumieniem podstawowych pojęć matematycznych. Ponadto powinien dobrze operować językiem matematycznym, umieć przedstawić syntetycznie kluczowe problemy matematyki wyższej, a także widzieć związki matematyki wyższej z matematyką elementarną. Studentów specjalności nauczycielskiej obowiązuje ponadto znajomość i dobre rozumienie podstawowych zagadnień z dydaktyki matematyki.

I. Pojęcia i wiadomości podstawowe

1. Pojęcia teorii aksjomatycznej i jej modelu.
2. Aksjomatyczny system teorii mnogości i równoważne formy pewnika wyboru.
3. Liczby kardynalne i porządkowe.
4. Arytmetyka liczb kardynalnych.
5. Relacje równoważnościowe i porządkowe. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważnościowych. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
6. Systemy aksjomatyczne arytmetyki liczb naturalnych. Konstrukcja zbioru liczb naturalnych w teorii mnogości. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).
7. Geometria krzywych. Krzywe regularne, długość krzywej, trójścian Freneta.
8. Geometria powierzchni. Płaszczyzna styczna, wektor normalny.
9. Definicje i modele podstawowych struktur algebraicznych, struktury ilorazowe.
10. Homomorfizmy struktur algebraicznych. Podstawowe własności oraz przykłady w poszczególnych strukturach.
11. Krzywe i powierzchnie stopnia 2.
12. Aksjomatyka rachunku prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo warunkowe, prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Przykłady przestrzeni probabilistycznych.
13. Zmienne losowe jedno- i dwuwymiarowe i generowane przez nie przestrzenie probabilistyczne na prostej i na płaszczyźnie. Niezależność zmiennych losowych. Dystrybuanta. Wartość oczekiwana i wariancja.
14. Różne rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Twierdzenia graniczne.
15. Pochodna funkcji zespolonej. Zespolone szeregi potęgowe. Pojęcie funkcji analitycznej oraz holomorficznej oraz związki zachodzące między nimi.
16. Miara i jej podstawowe własności. Miara Lebesgue'a, miara Jordana.
17. Odwzorowania ciągłe przestrzeni topologicznych, homeomorfizmy, izometrie.

18. Przestrzenie unormowane jako przykład łączenia struktury topologicznej i liniowej.
19. Podstawowe przykłady przestrzeni unormowanych ciągowych i funkcyjnych.
20. Miara Lebesgue'a i jej własności.
21. Całka Lebesgue'a, jej własności i związek z całką Riemanna.
22. Całki funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowe Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego, ich konsekwencje oraz przykłady zastosowania.
23. Przestrzenie Banacha i Hilberta, ich własności. Związki zachodzące między przestrzeniami Banacha i Hilberta.
24. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe, podstawowe własności i przykłady. Przestrzeń operatorów liniowych i ciągłych.
25. Różne rodzaje przestrzeni topologicznych (aksjomaty oddzielania, zwartość, zupełność, spójność, ośrodkowość).
26. Twierdzenia o liczbach pierwszych. Rozmieszczenie liczb pierwszych.
27. Grupy rozwiązalne i ich związek z rozwiązalnością równań.
28. Elementy algebraiczne i elementy przestępne nad ciałem; rozszerzenia algebraiczne, rozszerzenia skończone, rozszerzenie o element algebraiczny.
29. Ciała algebraicznie domknięte. Twierdzenia Liouville'a i zasadnicze twierdzenie algebry.
30. Parametryzacja naturalna krzywej w R^3; krzywizna, torsja, przykłady.
31. Fundamentalne twierdzenie teorii krzywych (Dla każdych funkcji rzeczywistych gładkich … określonych na przedziale …. istnieje krzywa …… krzywizna …. skręcenie ….).
32. Funkcja charakterystyczna zmiennej losowej. Momenty zmiennej losowej.
33. Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa i przykłady przestrzeni probabilistycznych o tych rozkładach (rozkład Bernoulliego, Poissona, normalny, Cauchy’ego itd.).
34. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych.
35. Przykłady metod rozwiązywania pewnych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.

II. Dydaktyka matematyki

1. Dydaktyczne problemy związane z definiowaniem i korzystaniem z definicji, formułowaniem twierdzeń, ich stosowaniem i dowodzeniem.
2. Poziomy i kryteria rozumienia pojęć. Typy rozumowań w nauczaniu matematyki (wnioskowanie empiryczne, intuicyjne i formalne, indukcja, dedukcja, redukcja, rozumowanie nie wprost).
3. Rodzaje zadań matematycznych w różnych koncepcjach nauczania, główne etapy wg. Polyi i przykłady wskazówek heurystycznych w procesie rozwiązywania zadań.
4. Cele nauczania matematyki, rola pojęciowego i algorytmicznego ujęcia matematyki w różnych koncepcjach nauczania.
5. Wykorzystanie technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki, przykłady edukacyjnych programów komputerowych.
6. Reprezentacje enaktywne, ikoniczne i symboliczne i ich rola w procesie kształtowania pojęć matematycznych.
7. Specyfika języka szkolnej matematyki, charakterystyczne błędy popełniane przez uczniów i sposoby ich wykorzystywania w procesie kształtowania pojęć.
8. Lokalna dedukcja na lekcjach matematyki.
9. Czynnościowe nauczanie matematyki.
10. Elementy logiki w nauczaniu matematyki.
11. Metodyka nauki o liczbie i działaniach.

12. Metodyka nauki o funkcjach numerycznych i ich wykresach.
13. Metodyka nauki o przekształceniach geometrycznych.
14. Równania i nierówności w matematyce elementarnej.